

Zmienna wartość pieniądza w czasie

Zmienna wartość pieniądza w czasie – jedna z podstawowych prawidłowości wykorzystywanych w finansach polegająca na tym, że:

”złotówka w garści jest warta więcej niż złotówka spodziewana w przyszłości”

Zmienna wartość pieniądza w czasie

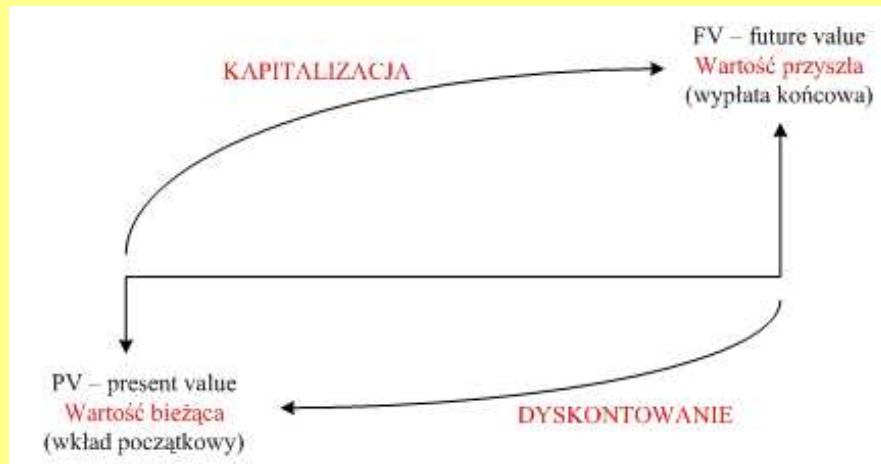
Przyczyny zmiennej wartości pieniądza w czasie:

- ❑ Inflacja
- ❑ Ryzyko
- ❑ Utracone korzyści (możliwość zainwestowania)
- ❑ Preferowanie bieżącej konsumpcji

Zastosowanie zmiennej wartości pieniądza w czasie:

- ❑ Ocena inwestycji
- ❑ Wycena instrumentów finansowych
- ❑ Wycena przedsiębiorstwa
- ❑ Obliczanie kosztu kapitału

Zmienna wartość pieniądza w czasie



Wartość przyszła *FV*

Inwestowanie oznacza wyrzeczenie się bieżącej konsumpcji dla przyszłych korzyści. Teraźniejszość jest znana, a przyszłość to zawsze tajemnica, a więc jest to wyrzeczenie się pewnego dla niepewnych korzyści

Inwestowanie oznacza zmianę dochodu bieżącego na dochód przyszły – celem jest osiągnięcie dochodu wyższego niż ten, który zainwestowano na początku

Kapitalizacja – proces przechodzenia od dzisiejszej wartości, tzw. wartości bieżącej *PV* do wartości przyszłej *FV*

Wartość przyszła *FV* – kwota, jaką uzyskamy w przyszłości przy danym oprocentowaniu z dzisiaj zainwestowanych środków pieniężnych

Wartość przyszła FV

Rodzaje oprocentowania:

- **proste** – odsetki zawsze obliczane są od kapitału zainwestowanego na początku
- **złożone** – odsetki w kolejnych okresach naliczane są nie tylko od kapitału zainwestowanego na początku, ale również od odsetek otrzymanych w okresach wcześniejszych (odsetki są reinwestowane, czyli doliczane do kapitału początkowego, tzw. kapitalizacja odsetek, oprocentowanie składane)

Procent prosty

$$FV = PV \cdot (1 + r \cdot n)$$

FV – wartość przyszła

PV – wartość bieżąca

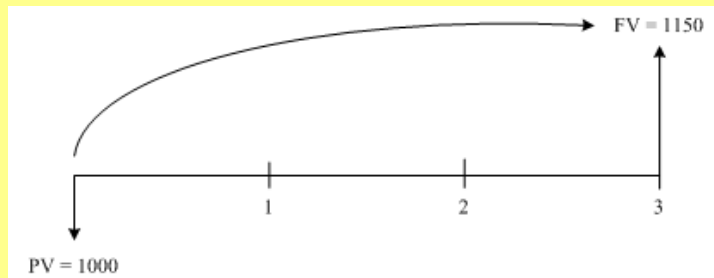
n – liczba okresów naliczania odsetek

r – stopa procentowa

Procent prosty

Przykład

Jaką kwotę zgromadzimy w banku po 3 latach, jeżeli możemy ulokować na rachunku 1 000 zł, a bank oferuje roczne oprocentowanie w wysokości 5%, ale odsetki nalicza na koniec lokaty



Procent składany

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n$$

FV – wartość przyszła

PV – wartość bieżąca

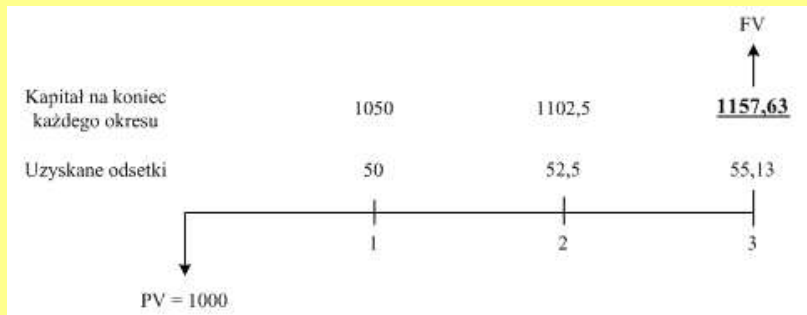
n – liczba okresów

r – stopa procentowa

Procent składany

Przykład

Jaką kwotę zgromadzimy w banku po 3 latach, jeżeli możemy ulokować na rachunku 1 000 zł, a bank oferuje roczne oprocentowanie w wysokości 5%, przy czym odsetki naliczane są na koniec każdego roku i dopisywane do kapitału początkowego



$$FV = 1000 + 50 + 52,5 + 55,13 = 1157,63$$

Procent składany – kapitalizacja odsetek częściej niż raz w roku

Przykład

Masz do wyboru dwa produkty bankowe:

- ❑ lokatę 3-miesięczną o oprocentowaniu 8%, odsetki dopisane są na koniec okresu, a zerwanie lokaty wiąże się z utratą odsetek
- ❑ konto oszczędnościowe o oprocentowaniem 6 %, odsetki dopisywane są na koniec każdego miesiąca

Dzisiaj masz do dyspozycji 10 tys. zł. Ile będziesz miał na koncie w przypadku konta oszczędnościowego, a ile w przypadku lokaty po 3 miesiącach?

Efektywna stopa procentowa

Stopa procentowa uwzględniająca częstotliwość kapitalizacji odsetek to tzw. **efektywna stopa procentowa**

$$R_{ef} = \left(1 + \frac{R}{m}\right)^m - 1$$

Przykład

Ile wynosi efektywna stopa procentowa jeżeli stopa procentowa wynosi 10% a kapitalizacja dokonywana jest:

- ❑ rocznie
- ❑ co pół roku
- ❑ kwartalnie
- ❑ co miesiąc

Wartość przyszła renty

Renta – stałe płatności (o równej wartości), dokonywane w regularnych odstępach czasu, np. co miesiąc, co rok

Rodzaje:

1. Ze względu na moment wystąpienia płatności

- ❑ **renta płatna z dołu** – płatność występuje na końcu każdego okresu
- ❑ **renta płatna z góry** – płatność występuje na początku każdego okresu

2. Ze względu na liczbę rent

- ❑ **renta czasowa** – skończona liczba rent (*annuity*)
- ❑ **renta wieczysta** – nieskończona liczba rent (*perpetuity*)

Wartość przyszła renty

Wartość przyszła renty płatnej z dołu:

$$FVA = PMT \cdot (1+r)^{n-1} + PMT \cdot (1+r)^{n-2} + \dots + PMT \cdot (1+r)^0 = \sum_{t=1}^n PMT \cdot (1+r)^{n-t} = PMT \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = PMT \cdot FVIFA(n, r)$$

FVA – wartość przyszła renty (*future value of annuity*)

PMT – renta (okresowa płatność)

r – oczekiwana stopa procentowa odpowiadająca okresowi płacenia renty

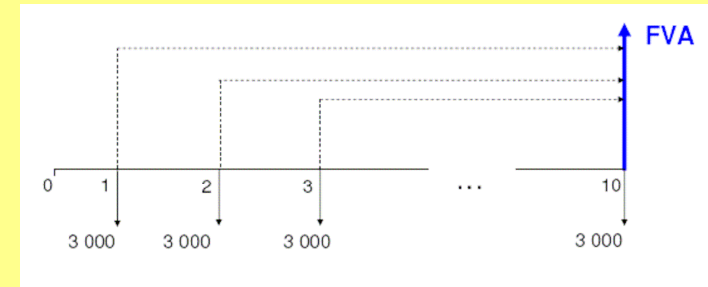
n – liczba płatności (maksymalna liczba okresów kapitalizacji)

FVIFA – czynnik wartości przyszłej renty

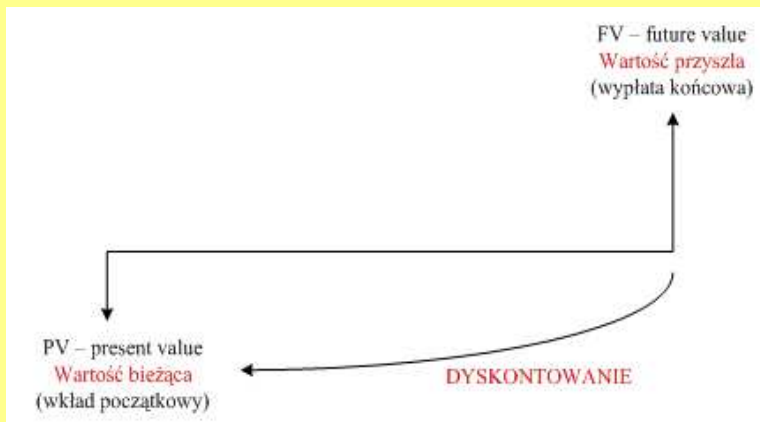
Wartość przyszła renty

Przykład

Postanawiamy co roku odkładać na fundusz inwestycyjny 3000 zł (wpłata na koniec roku). Jaką kwotę uzyskamy po 10 latach zakładając, że przeciętna roczna stopa zwrotu wynosi np. 5%.



Wartość bieżąca PV



Wartość bieżąca

Dyskontowanie proste:

$$FV = PV \cdot (1 + r \cdot n)$$



$$PV = FV \cdot \frac{1}{(1 + r \cdot n)}$$

Wartość bieżąca

Dyskontowanie złożone:

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n$$



$$PV = FV \cdot \frac{1}{(1 + r)^n}$$

Wartość bieżąca

Przykład

Jaką kwotę musimy dzisiaj wpłacić do banku, aby po trzech latach można było z zaoszczędzonych środków kupić samochód za 40 000 zł jeśli stopa procentowa wynosi 6% oraz:

- odsetki są naliczane jednorazowo po okresie lokaty
- odsetki są naliczane na koniec każdego roku i dopisywane do wartości kapitału

Wartość bieżąca renty

Wartość bieżąca renty płatnej z dołu:

$$\begin{aligned} PVA &= \frac{PMT}{(1+r)^1} + \frac{PMT}{(1+r)^2} + \dots + \frac{PMT}{(1+r)^n} = \\ &= \sum_{t=1}^n \frac{PMT}{(1+r)^t} = \boxed{PMT \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r \cdot (1+r)^n} \right)} = \\ &= PMT \cdot PVIFA(n, r) \end{aligned}$$

PVA – wartość bieżąca renty (*present value of annuity*)

PMT – renta (okresowa płatność)

r – stopa dyskontowa odpowiadająca okresowi płacenia renty

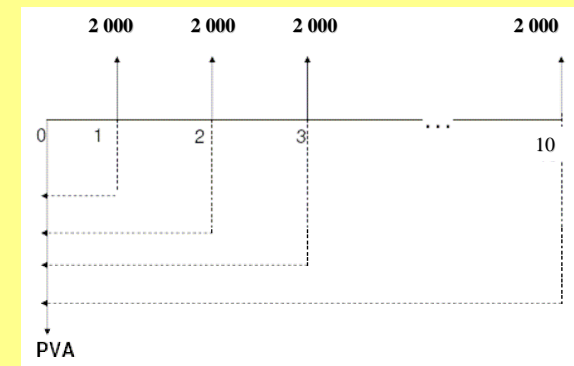
n – liczba płatności (maksymalna liczba okresów dyskontowania)

PVIFA – czynnik wartości bieżącej renty

Wartość bieżąca renty

Przykład

Jaką kwotę musimy zdeponować w banku, jeżeli chcemy, aby nasze dziecko przez 10 lat otrzymywało stypendium roczne w wysokości 2000 zł? Obowiązuje roczna kapitalizacja odsetek, a oprocentowanie rachunku wynosi 4 % rocznie



Wartość bieżąca renty

Przykład – zdolność kredytowa

Jaki kredyt hipoteczny możesz zaciągnąć przy założeniu, że będzie on spłacany w równych miesięcznych ratach przez okres 30 lat (40 lat) przy stopie procentowej wynoszącej 7%?

Założmy również, że ze względu na wielkość osiągniętych dochodów i ponoszonych wydatków miesięcznie jesteś w stanie płacić ratę w wysokości 1 200 PLN