Relacje

Czym są relacje? Trudno powiedzieć, a u Huzarosa trudno nawet stwierdzić, że to jest potrzebne do życia. Więc powiedzmy, że jest „czymś”, co łączy dwa obiekty. Nie wiem, liną, pewnym „związkiem”, „połączeniem” (tak będę nazywać pojedyncze relacje), czymś takim.

Powiedzmy, że mamy zbiór, składający się z 10 facetów i 10 dziewczym. Możemy je połączyć (tak, te uśmieszki są kierowane w dobrą stronę) w dowolne pary. Poza tym, że będziemy mieć niesamowitą orgię, zbiór takich wszystkich możliwych „par” możemy nazwać „iloczynem kartezjańskim” zbiorów głupich chłopów i czasem niegłupich bab (te przymiotniki to fakty, nie będziemy się nad nimi rozwodzić).

Jeżeli mamy dwa zbiory – zbiór A oraz zbiór B, to iloczyn kartezjański możemy krótko określić jako A x B.

Przykład:

Mamy zbiór A, składający się z cyfr: 2, 3, 4

I zbiór B, składający się z cyfr: 1, 5, 6.

Trzeba dodać, że odpowiednie „pary” zazwyczaj zapisuje się w ostrych nawiasach „<”, „>”. Iloczyn kartezjański będzie się składać z następujących elementów:

{<2,1>,<2,5>,<2,6>,	//to, z czym można „połączyć” dwójkę ze zbioru A
<3,1>,<3,5>,<3,6>,	//to, z czym można „połączyć” trójkę ze zbioru A
<4,1>,<4,5>,<4,6>}	//to, z czym można „połączyć” czwórkę ze zbioru A.

Proszę wybaczyć, ale nie pamiętam, a szczerze powiedziawszy – nie chce mi się zaglądać do skryptu i spojrzeć, czy tutaj można dołączyć zbiory puste – proszę mnie kopnąć, jeżeli tak faktycznie jest.

Ogólnie, relacją jest pewien zbiór elementów z takiego iloczynu kartezjańskiego. Mówiąc prosto (i wracając do przykładu z parami), każdą orgię można nazwać relacją. Obojętnie, ile par weźmiesz, i tak będziesz mieć coś, co możesz nazwać relacją.

Relacje mogą mieć różne „fajne" cechy.

Relacja symetryczna

Są to takie, w których obydwa elementy „się przyciągają". Jeżeli Ty kogoś kochasz, a ten/ta ktoś kocha także Ciebie, to można to nazwać relacją symetryczną. Jeżeli jakiś obiekt jest w relacji z jakimś, to także po „odwróceniu ich" taka relacja będzie zachodzić.

Zawile? Jeżeli kogoś lubisz, to ten ktoś musi lubić także Ciebie, by zachodziła pełna „symetria". Jeżeli jakiś autobus jedzie z Wrocławia do Częstochowy, to by zachodziła pełna „symetria", to musi także jechać z Częstochowy do Wrocławia.

I przykładem iście „kolejowym" ostatecznie postaram się wytłumaczyć znaczenie symetrii w relacjach.

Załóżmy, że jakiś pociąg zawozi „studentów" (przecież 50 oblanych w programowaniu nie może się nazywać studentami informatyki) z Opola do Wrocławia. Oznaczmy sobie ten „przewóz" (zauważcie, że na bilecie będzie napisane „relacja").

<Opole, Wrocław>

Dobrze by było, by także jeździł taki pociąg z Wrocławia do Opola, w końcu nie wszyscy wytrzymają kilka tygodni w jednym mieście z Huzarosem.

<Wrocław, Opole>

A więc w naszej bazie mamy następujące „połączenia":

<Opole, Wrocław>
<Wrocław, Opole>

No dobra, załóżmy, że chcemy mieć krakusów we Wrocławiu, żeby zachwycali się naszą „wspaniałą" Politechniką, może któryś z mieszkańców, po zobaczeniu Rataja stwierdzi, że to także siedziba Świętego Mikołaja. Więc stwórzmy „połączenie" z Krakowa do Wrocławia.

<Kraków, Wrocław>

Pomimo zachwycania się Wrocławiem, krakusy chciałyby wrócić do domu. By zachować niejako „symetrię", zróbmy połączenie odwrotne.

<Wrocław, Kraków>

W naszej „bazie” mamy więc cztery połączenia (dla lepszego dalszego tłumaczenia, ponumeruję je):

1) <Opole, Wrocław>
2) <Wrocław, Opole>
3) <Kraków, Wrocław>
4) <Wrocław, Kraków>

A teraz weźcie skrypt Huzarosa i przeczytajcie, co pisze w definicji. Oto, co pisze (uwaga! Ważna kolejność)

Jeżeli (każdy) obiekt A jest w relacji z obiektem B, to by nazwać tę relację, to (każdy) obiekt B musi być w relacji z obiektem A. (Tym, co widzicie w nawiasach, nie przejmujcie się, zaraz to wyjaśnimy)

Teraz szybciutko sobie przypominamy implikację, czyli => z prawa rachunku zdań. Wiemy, że takie zdanie jest fałszywe wtedy i tylko wtedy, gdy następnik (czyli to „po strzałeczce”) jest bullshitem, czyli nieprawdą.

Spójrzmy na te nasze cztery połączenia. Sprawdźmy, czy ta relacja jest relacją symetryczną.

Bierzemy pierwszą z brzegu, czyli bramkę numer 1. Jest to „połączenie” <Opole, Wrocław>. No dobra, mamy takie połączenie. Jeżeli teraz zamienimy kolejność, to wyjdzie nam relacja <Wrocław, Opole>. Spójrzmy na zapis „pół-logiczno-semantyczny”:

Jeżeli jest relacja <Opole, Wrocław> => **musi** być relacja <Wrocław, Opole>

To jest warunek konieczny do tego, by dana relacja była symetryczna! Jeżeli mamy dwa obiekty w relacji (a pamiętajmy, że relacją nazywamy także zbiór takich „połączeń”, nie tylko jedną), to możemy ją nazwać symetryczną wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie relacje mają swoje „lustrzane” odbicia.

Wróćmy do tego warunku. Czy mamy wśród tych połączeń połączenie <Wrocław, Opole>? Oczywiście, ale nie otwierajmy od razu szampanów! Huzaros tylko na to czeka, by z mikrofonem w okularach pokazać na nas palcem i swoim charyzmatycznym głosem rzec „Haha, ale nie sprawdziłeś wszystkich relacji, głupcze!”.

Cóż, no to sprawdzamy. Bierzemy drugą relację, czyli <Wrocław, Opole>. No dobra, ale już pokazaliśmy, że istnieje „lustrzane" odbicie. Już oczyma wyobraźni widzimy Huzarosa i ten znikający z jego urodziwej twarzy uśmieszek. No to sprawmy, by zniknął kompletnie!

Bierzemy trzecie połączenie, czyli <Kraków, Wrocław>. Sprawdzamy, czy istnieje połączenie „lustrzane", czyli <Wrocław, Kraków>. Istnieje? Tak!

Sprawdzanie czwartej relacji nie jest konieczne, bo wiemy, że jest ona „lustrzanym" odbiciem trzeciej.

A więc tak, proszę państwa, nasza relacja jest symetryczna.

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,b>, <b,a>, <c,a>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest symetryczna.

No dobra, spójrzmy na pierwsze „połączenie" (wybaczcie, tak sobie nazywam relację, dla mnie jest to po prostu łatwiejsze do wyobrażenia sobie). Mamy połączenie <a,b>, a więc sprawdźmy, czy mamy połączenie <b,a>. Mamy? A i owszem!

Dobra, ale wiemy, że **dla każdej** (to jest właśnie te niepokojące słówko z nawiasów z poprzedniej strony) relacji musi istnieć „lustrzane" odbicie, by taka relacja była symetryczna. Mamy połączenie <c,a>. Niestety, musimy spojrzeć prawdzie w oczy. Nie mamy „lustrzanego" odpowiednika w naszej relacji. Więc niestety, ta relacja nie jest symetryczna.

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {0}. Sprawdzić, czy ta relacja jest symetryczna.

By nie było wątpliwości - „0" oznacza zbiór pusty.

Jak widzimy, nic nie widzimy, a nie widzimy żadnej relacji. Każdy od razu zaznaczy, że relacja nie jest symetryczna, ale czy tak jest faktycznie.

Spójrzcie raz jeszcze na niby-definicję, a właściwie na pierwsze słowo. Chwila, czy implikacja nie jest prawdziwa, jeżeli poprzednik (czyli to „przed strzałeczką") jest fałszem. Hmm...

Oczywiście, że jest prawdziwa! Wystarczy spojrzeć na tabelę prawdy implikacji, by się przekonać, że *musi* być taka relacja, by można było szukać jej lustrzanego odbicia. Nie ma mocy, po prostu „coś” trzeba sprawdzić i „coś” musi być w relacji, by można było szukać symetrii.

Dlatego zauważcie, że w poprzednim przykładzie nie przejmowaliśmy się tym, że w zbiorze jest jeszcze literka „d”. Jest gdzieś w jakimś połączeniu? Nie? To pierdoli nas, idziemy dalej.

Dlatego ostateczna odpowiedź brzmi – tak, ta relacja jest symetryczna.

Moje wątpliwości

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,b>, <b,a>, <c,c>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest symetryczna.

Dwie pierwsze relacje są wyjaśnione powyżej. Widzimy także relację <c,c>. Niestety, nie jestem w stu procentach pewien, czy takie „połączenie” możemy nazwać symetrycznym (o zwrotności za chwilę). Według mnie, ta relacja jest symetryczna, bo albo uznajemy, że odbiciem lustrzanym relacji <c,c> jest ona sama, albo uznajemy, że pierwsza część implikacji nie jest zbytnio prawdziwa. Ale to tylko moje zdanie, jak wyrazicie swoje zdanie – ten felerny przykład się poprawi.

Relacja zwrotna

Mówiąc krótko, jeżeli relacja jest zwrotna, to **każdy element z danego zbioru** musi być w relacji z samym sobą (musi być połączony z samym sobą). To jedyna taka „cecha” relacji (prócz spójności), że wymaga „uczestnictwa” każdego elementu zbioru. Spójrzmy na przykład:

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,a>, <b,b>, <c,c>, <d,d>, <a,b>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest zwrotna.

Najpierw popatrzmy na elementy zbioru. Mamy element „a”. No dobra, to szukamy połączenia „a” z samą sobą. Poszukiwania nie trwają długo – mamy relację <a,a>. Tak samo z literką b. Znaleźliśmy? Odhaczamy na „liście” literkę a. Ale trzeba spojrzeć na wszystkie elementy zbioru X. Literka „b” jest w relacji z samą sobą? Świetnie. „c” też? Fenomenalnie i kapitalnie. A literka „d”? A i owszem.

A reszta relacji nas nie interesuje, więc z relacją <a,b> możemy zrobić to, co miejmy nadzieję, będziemy mogli zrobić z Huzarosem po egzaminach.

Relacja przechodnia

Wróćmy do naszych „połączeń" kolejowych.

Mamy połączenie
<Opole, Wrocław>

No dobra, a wiemy także (jak ktoś nie wie, to niech nie pokazuje mi się na oczy), że kursuje pociąg z Częstochowy do Opola. Dodajmy go do naszej bazy.

<Częstochowa, Opole>

No dobra, ale jak widzimy, by ludzie z miasta medalików, siatkówki i żużlu („żużelu") mogli się dostać do Wrocławia, to muszą się przesiadać w Opolu. Hmm... tak nie może być, więc stwórzmy bezpośrednie połączenie do Wrocławia.

<Częstochowa, Wrocław>

Nieświadomie tym ostatnim warunkiem wymusiliśmy, by nasza relacja była przechodnia.

<Opole, Wrocław>
<Częstochowa, Opole>
<Częstochowa, Wrocław>

Jeżeli mamy obiekt A w relacji z obiektem B **i** (bardzo ważne jest to „i") obiekt B w relacji z obiektem C, to by nazwać taką relację przechodnią, to obiekt A musi być w relacji z obiektem C.

Taka relacja również jest przechodnia:

<Opole, Wrocław>
<Opole, Częstochowa>
<Częstochowa, Wrocław>

Ponieważ mamy połączenie Opola z Częstochową i Częstochowy z Wrocławiem, więc mamy także połączenie Opola z Wrocławiem. Faktycznie.

Tutaj może się zapalić czerwona lampka u kogoś. „Ej, przecież kolejność jest ważna, a ty se w drugiej relacji zamieniłeś kolejność". Słusznie, że patrzycie uważnie, ale te słówko **i** wszystko wyjaśnia.

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,a>, <b,b>, <c,c>, <d,d>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest przechodnia.

Oczywiście, intuicyjna odpowiedź to „nie”. Ale logika ma mało wspólnego z intuicją, a na pewno z logiczną intuicją.

Spójrzcie raz jeszcze na warunek i te magiczne słówko **i**. A wiecie, co ono oznacza? Koniunkcję. A koniunkcja jest prawdziwa, gdy i pierwsza część zdania (przed „i”), i druga (za „i”) jest prawdziwa (i istnieje!). Jako zadanie dla Was pozostawiam narysowanie sobie tabelki prawdy (czyli z tymi zerami i jedynkami) dla następującej formuły rachunku zdań:

a i *b* => *c*

(Wybaczcie, ale z powodu tego, że nie znam się na komputerach – czego dowodem oblane programowanie – niestety nie jestem w stanie znaleźć tego znaczku koniunkcji).

Wróćmy jednak do przykładu. Mamy relację <a,a>. Czyli, by się bawić w sprawdzanie relacji, to patrzymy, czy literka a jest w relacji z czymś innym. Nie? To na pewno nie będzie spełniona druga część koniunkcji (po słówku „i”). A ponieważ ten cały warunek „przed strzałką” (patrzy zapis u Huzarosa w skrypcie) będzie fałszywy, więc milcząco przyjmujemy, że ten dany przypadek jest przechodni. Tak samo z literką b, c oraz d.

A więc relacja ta, tak jest, jest przechodnia.

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {0}. Sprawdzić, czy ta relacja jest przechodnia.

Oczywiście, odpowiecie „nie”, a ja odpowiem „tak”. Spójrzcie na pierwszą część definicji. *Jeżeli mamy obiekt A w relacji z obiektem B...* Mamy gdzieś je w relacji? Nie? Dobranoc.

Relacja równoważności

Jeżeli dana relacja jest symetryczna, zwrotnia i przechodnia, to jest relacją równoważności, na której definiujemy klasy abstrakcji.

Oczywiście, takie tłumaczenie jest dla ludzi podniecionych Huzarosem, my się nim nie będziemy tłumaczyć (Boże, nie dziwię się, że za takie podejście do nauki mam problemy).

Załóżmy, że masz w **jednym** katalogu piosenki zespołu Ich Troje, ATB oraz Philipa Glassa. Masz je w jednym katalogu, a chcesz je nieco uporządkować. W porządku – tworzysz **kilka** folderów o nazwach „Ich Troje", „ATB" oraz „Glass" i wrzucasz do nich utwory. W porządku, coś uporządkowałeś.

A teraz wejdź do folderu „ATB" i zastanów się, czemu w jednym folderze znajdują się, dajmy na to, utwory "I Don't Wanna Stop" oraz "Long Way Home"? Przede wszystkim, ***łączy je*** to, że mają tego samego wykonawcę, czyli ATB.

Oczywiście, niezaprzeczalne jest to, że "I Don't Wanna Stop" ma wykonawcę ATB, czyli, jakby to powiedzieć, jest połączone same z sobą z powodu wykonawcy.

Te dwa utwory, o których wspomniałem, łączy to, że są tego samego wykonawcy. Czyli, jeżeli "I Don't Wanna Stop" łączy z "Long Way Home" ten sam wykonawca, to chyba oczywiste jest to, że "Long Way Home" z "I Don't Wanna Stop" również łączy ten sam wykonawca.

Spójrz raz jeszcze na ten katalog. Widzisz także utwór "Ecstasy". Więc, tak patrząc sobie, jeżeli "I Don't Wanna Stop" łączy z "Long Way Home" ten sam wykonawca, to na pewno "Long Way Home" z "Ecstasy" również łączy artysta ATB. A już (muszę użyć tego słowa) trywialne jest to, że "I Don't Wanna Stop" oraz "Ecstasy" siedzą w tym samy katalogu, czyli na pewno mają tego samego wykonawcę.

Czy wam już coś świta? Mamy tutaj do czynienia z relacją zwrotną (to chyba oczywiste, dlaczego), symetryczną oraz przechodnią. A z powodu tego, że, jak można się wyrazić, „spoiwem", łączącym te wszystkie utwory jest ATB, to wyznacza nam taki dodatkowy „zbiór" (katalog) ze zbioru tych wszystkich utworów.

Możemy powiedzieć, że ten zbiór wszystkich utworów został podzielony na katalogi. Jednak, prawdziwi weterani nie używają słowa „katalog", tylko „klasę abstrakcji". I nie tworzymy sobie katalogi i do nich przenosimy utwory, tylko „relacja równoważności wyznacza nam klasy abstrakcji".

Spójrzmy na przykład:

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,a>, <b,b>, <c,c>, <d,d>, <a,b>, <b,a>}. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

Sprawdzanie, czy jest to relacja zwrotna (bez komentarza), symetryczna (to widać) i przechodnia (dwie ostatnie rozwiewają nasze wątpliwości), sobie pominiemy, a odpowiemy sobie na pytania.

Co lubi literka „a”? Jak widzimy, jest w relacji z samą sobą, a także z literką „b”. Więc zapiszmy to może tak:

[a] = {a, b};

A literka „b” co lubi? Też samą siebie i literkę a na dokładkę.

[b] = {a, b};

Literka „c” jest samolubna.

[c] = {c};

I literka „d” również.

[d] = {d}.

Jak widzimy, literki „a” i „b” lubią to samo:

[a] = [b] = {a, b};
[c] = {c};
[d] = {d};

Te klasy abstrakcji (bo to, co w nawiasach kwadratowych, to właśnie taki umowny zapis) „dzielą” nam ten zbiór X na mniejsze zbiory (fachowo nazywa się to „partycjonowaniem” - skojarzenia z dyskiem twardym jak najbardziej słuszne). Gdybyśmy chcieli teraz zapisać „do kupy”, to ten nasz zbiór X będzie wyglądać następująco:

X = {{a,b},{c},{d}}

To jest właśnie, aż się tak wyrażę, „idea” relacji równoważności.

Relacja przeciwzwrotna

Mówiąc krótko, **żaden** obiekt nie może być „połączony” z samym sobą. Mam nadzieję, że wyjaśnię to lepiej na następującym przykładzie:

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,b>, <b,c>, <a,a>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest przeciwzwrotna.

Jak już jest napisane – żaden z obiektów nie może „łączyć” się sam z sobą, więc sprawdzamy. Czy literka „a” ma „połączenie” z samą sobą. Niestety, ma, a więc wiemy, że ta relacja **nie** jest przeciwzwrotna. Reszta relacji nas już nie obchodzi – pokazaliśmy, że **istnieje** co najmniej jedna relacja zwrotna. Dopiero, jak pokażemy, że **nie istnieje żadne** „połączenie” zwrotne, to wtedy możemy powiedzieć „Tak, Zibi, ta relacja jest przeciwzwrotna”. Jeszcze jeden przykładzik.

Przykład

Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,b>, <b,c>, <c,d>, <b,a>, <c,a>, <d,a>, <d,c>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest przeciwzwrotna.

Na początku załóżmy, że ta relacja jest przeciwzwrotna. Następnie patrzymy z wielką uwagą, lupą i mądrym wyrazem twarzy na każde „połączenie”. Jeżeli gdziekolwiek znajdziemy relację zwrotną, powinniśmy nagle się poderwać, przerazić i od razu zanotować „Niestety, ta relacja nie jest przeciwzwrotna”. Jeżeli jednak dojdziemy do końca tych naszych „połączeń” i nie znajdziemy żadnej relacji zwrotnej, możemy przycisnąć dłoń do lewej piersi (swojej), odetchnąć z ulgą i z czystym sumieniem zaznaczyć krzyżyk przy polu „Przeciwzwrotna”.

Sprawdzamy nasz przykład. Pierwsze połączenie – są dwa zupełnie inne obiekty w połączeniu. Dobra, członek z nim, patrzymy na drugie. To samo. Trzecie. Czwarte. Piąte. Szóste. I na koniec siódme. Znaleźliśmy gdzieś relację zwrotną? Nie. A jak nie, to ta relacja na pewno jest przeciwzwrotna.

Warto, w kontekście testu z logiki, zanotować sobie dwa zdania.

Jeżeli relacja jest przeciwzwrotna, to na pewno nie jest zwrotna.
Jeżeli relacja jest zwrotna, to na pewno nie jest przeciwzwrotna.

W sumie, logiczne. Jeżeli Huzaros jest szatanem, to na pewno nie jest Chrystusem. Nawet prawdziwe.

Relacja przeciwsymetryczna

Bajka ta jest podobna do poprzedniej. Jeżeli dwa obiekty są „połączone” tylko raz (nie występuje wśród nich „lustrzane” odbicie), to dobrze, relacja jest przeciwsymetryczna. Niestety, musimy tak sprawdzać każde „połączenie”. Sprawdzamy, czy gdziekolwiek występuje lustrzane odbicie takowego. Jeżeli gdzieś występuje, to relacja nie jest niestety przeciwsymetryczna.

Formalnie – jeżeli mamy dane połączenie, to nie może istnieć odbicie lustrzane do żadnego z takich połączeń.

Przykład
Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,b>, <b,c>, <c,d>, <d,a>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest przeciwsymetryczna.

Znowu – zakładamy, że ta relacja jest przeciwsymetryczna. Spójrz na pierwsze „połączenie". Jest gdzieś odbicie lustrzane? Nie ma, świetnie, to teraz drugie. Też nie widzimy. Trzecie połączenie? Również nie ma nigdzie odbicia lustrzanego. Czwartego również. Dlatego możemy stwierdzić, że ta relacja jest przeciwsymetryczna. Dlaczego? Ponieważ nie znaleźliśmy żadnego „odbicia lustrzanego".

Warto znów zapisać dwie formułki.

Jeżeli relacja jest przeciwsymetryczna, to na pewno nie jest symetryczna.
Jeżeli relacja jest symetryczna, to na pewno nie jest przeciwsymetryczna.

Po czym macie prawo teraz skreślić te słowa ze swojej pamięci. Bo istnieje jeden przypadek, który łamie te dwie zasady.

Przykład
Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {0}. Sprawdzić, czy ta relacja jest przeciwsymetryczna.

Od razu zaznaczycie... no właśnie, co? A teraz spójrzcie na niby formalną formułkę u góry, lub gdy to was nie przekonuje, w skrypt Huzarosa.

Jeżeli <a,b> należy do relacji...

Jeżeli...

A pamiętacie, jak pisałem o tym, że coś musi istnieć, żeby to sprawdzić? A jak nie mamy okazji sprawdzać, to przyjmujemy, że to jest prawda (w końcu poprzednik jest fałszywy, więc całe zdanie jest prawdziwe).

Więc relacja „pusta" jest przeciwsymetryczna. A ponieważ poprzednio pokazaliśmy, że taka relacja jest również symetryczna, więc mamy jedyny przypadek obojnaka, białego Murzyna, bezpiecznego Explorera i miłego dla studentów Rataja – *relacja pusta jest relacją jednocześnie symetryczną i przeciwsymetryczną.*

Relacja spójności

By nazwać daną relację „spójną”, na chłopski rozum – każdy element musi mieć „połączenie” z każdym. Po prostu każdy element musi mieć relację z każdym elementem ze swojego zbioru.

Wracając, wracając, przewracając kartki, przypomnijcie sobie nasz przykład „kolejowy”. By nasza, nazwę to tak, baza (relacja) była spójna, to musielibyśmy robić połączenia każdego miasta w Polsce z każdym.

Popatrzmy na przykład.

Przykład
Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c, d}. Zdefiniujmy relację R = {<a,b>, <a,c>, <b,a>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest spójna.

Łatwo można pokazać kontrprzykład – o, choćby to, że literka „c” nie jest połączona z literką „d”. Jeżeli znaleźliśmy taki przypadek – pozamiatane, na pewno tej „spójności” nie znajdziemy.

Przykład
Niech będzie dany zbiór X = {a, b, c}. Zdefiniujmy relację R = {<a,b>, <a,c>, <c,b>}. Sprawdzić, czy ta relacja jest spójna.

I teraz badamy. Literka „a” jest połączona i z literką „b” (pierwsze połączenie), i z literką „c” (drugie połączenie). Literka „b” również jest połączona i z literką „a”, i z literką „c”. O literce „c” nie trzeba wspominać.

Jako zadanie domowe (jedyne na dzisiaj) – czy ta relacja jest przechodnia?

Tak właśnie według mnie wygląda relacja spójności – po prostu każdy element musi „spajać” się z każdym innym, nieważne, w jakiej kolejności (i nie musi spajać się sam z sobą).

Na sam koniec, niestety, przepraszam za to, że nie wspominam ani o relacjach antysymetrycznych (jeszcze nie doszedłem, co autor miał na myśli), ani o relacjach porządku (z tego samego powodu). Ja wiem, że ten mały bryk to raczej tylko podstawowa wiedza. Ale mam nadzieję, że trochę pomoże.