

Тестирование Льюнга - Левя' ево (L-L)

Несколько независимых наблюдений X_1, X_2, \dots, X_n из совокупности $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.
 Проверка гипотезы $H_0: \mu = \mu_0$ против $H_1: \mu > \mu_0$.
 Статистика $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$, где $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$.
 Критическая область $T > t_{1-\alpha, n-1}$.

Вопрос: какова вероятность того, что при $n=100$ и $\mu=50$ кг, $\sigma=5$ кг, статистика T окажется больше $t_{0.95, 99}$?
 Ответ: $P(T > 1.66) = P\left(\frac{\bar{X} - 50}{\frac{5}{\sqrt{100}}} > 1.66\right) = P(\bar{X} > 50.83)$.

Вопрос: какова вероятность того, что при $n=100$ и $\mu=50$ кг, $\sigma=5$ кг, статистика T окажется меньше $t_{0.05, 99}$?
 Ответ: $P(T < -1.66) = P\left(\frac{\bar{X} - 50}{\frac{5}{\sqrt{100}}} < -1.66\right) = P(\bar{X} < 49.17)$.

Вопрос: какова вероятность того, что при $n=100$ и $\mu=50$ кг, $\sigma=5$ кг, статистика T окажется между $t_{0.05, 99}$ и $t_{0.95, 99}$?
 Ответ: $P(-1.66 < T < 1.66) = P(49.17 < \bar{X} < 50.83) = \Phi(1.66) - \Phi(-1.66) = 2\Phi(1.66) - 1$.

Вопрос: какова вероятность того, что при $n=100$ и $\mu=50$ кг, $\sigma=5$ кг, статистика T окажется больше $t_{0.95, 99}$ и меньше $t_{0.05, 99}$?
 Ответ: $P(T > 1.66 \text{ and } T < -1.66) = 0$.