

LISTA 2 – RENTA

Renta – seria identycznych wpłat lub wypłat, dokonywanych co pewien stały, określony odcinek czasu, oprocentowanych taką samą stopą procentową. Wartość wpłat lub wypłat nazywa się wielkością strumienia pieniężnego lub płatnością, oznaczaną PMT (Payment).

Renta płatna z dołu /zwana zwykłą/ (ordinary annuity) - płatności występują na koniec każdego odcinka czasu.

Renta płatna z góry (annuity due) - płatności występują na początku każdego odcinka czasu.

Wartość przyszła renty FVA (Future Value of Annuity) /dla renty płatnej z góry – FVAD/ - taka wielkość kapitału na końcu ostatniego odcinka czasu, że jest ona równoważna serii płatności przy danym oprocentowaniu i danej liczbie okresów.

Wartość obecna renty PVA (Present Value of Annuity) /dla renty płatnej z góry PVAD/ - taka wielkość kapitału w chwili $t = 0$, że jest ona równoważna serii płatności przy danym oprocentowaniu i danej liczbie okresów.

	<i>renta płatna z dołu</i>	<i>renta płatna z góry</i>
<i>wartość przyszła</i>	$FVA = PMT \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ lub $FVA = PMT * MWPR_n^r$	$FVAD = PMT \frac{(1+r)^n - 1}{r} (1+r)$ lub $FVAD = PMT * MWPR_n^r * (1+r)$
<i>wartość obecna</i>	$PVA = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}$ lub $PVA = PMT * MWOR_n^r$	$PVAD = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r} (1+r)$ lub $PVAD = PMT * MWOR_n^r * (1+r)$

Renta wieczna - renta (zwykła) o płatnościach, które się nigdy nie kończą, a więc o nieskończenie wielu płatnościach. Można obliczyć tylko jej wartość obecną, wartości przyszłej nie da się określić, gdyż renta zwykła nie posiada granicy dla $n \rightarrow \infty$.

$$PV_{rentywiecznej} = \frac{PMT}{r}$$

Równowaga między składkami a wypłatami

$$FVA_{n,r} = PVA_{m,r}$$

ponieważ

$$FVA_{n,r} = PMT * MWPR_n^r \quad \text{oraz} \quad PVA_{m,r} = EMT * MWOR_m^r$$

stąd

$$PMT * MWPR_n^r = EMT * MWOR_m^r$$

ZADANIA

Zad. 1

Firma COMP została wyceniona na 200 000zł. Właścicielom złożono ofertę wykupu firmy: płatności w równych kwotach w ciągu 5 lat. Jaka powinna być wartość raty (annuity), jeśli stopa procentowa wynosi 25%?

Zad. 2

Inwestor poszukuje papieru wartościowego, który będzie mu dawał 50zł rocznie przy żądanej stopie zwrotu 10%. Ile powinien – może zapłacić za ten papier?

Zad. 3

Do banku wpłacono 15 000zł. Po upływie 4 lat zaczęto wpłacać dodatkowo na końcu każdego kwartału kwotę 500zł. Jaki powstanie kapitał po 7 latach? Bank stosuje kapitalizację kwartalną złożoną, $r=12\%$

Zad. 4

Z konta, na którym zgromadzono kapitał w wysokości 100 000zł pobierano na początku każdego miesiąca 800zł. Jaki będzie stan konta po 5 latach, jeśli $r=24\%$, a kapitalizacja była złożona miesięczna.

Zad. 5

Wasza córka rozpocznie studia za 5 lat od dziś. Chcecie, żeby otrzymywała 1 500 zł na początku każdego roku jej studiów – przez 4 lata. Szacowana stopa zwrotu w ciągu rozważanego okresu wynosi 12%. Ile powinniście wpłacić teraz (jednorazowo), aby zabezpieczyć finansowo waszą córkę? Ile wpłacać przez 5 lat w równych ratach?

Zad. 6

Pracownik przez 8 lat poprzedzających przejście na emeryturę odkładał na fundusz emerytalny na początku każdego półrocza 600zł, $r=12\%$, kapitalizacji złożonej półrocznej. Jaką maksymalną rentę wieczystą wypłaconą na końcu każdego roku będzie mógł pobierać, jeśli w okresie wypłacania renty wieczystej fundusz oferuje 13% i kapitalizację złożoną roczną.

Zad. 7

Dzięki Twojej inwestycji w studia wyższe spodziewasz się lepiej zarabiać od 30 roku życia do emerytury w wieku 65 lat oraz uzyskiwać przez 15 lat wyższą emeryturę (łącznie 50 lat). Średnio spodziewasz się zarabiać lepiej o 50 zł miesięcznie. Na rynku w tym długim czasie spodziewasz się stóp zwrotu z inwestycji o podobnym ryzyku, 12%. Kwota zainwestowana w studia wynosi 4 500 zł. Ile wynosi wartość obecna netto NPV Twojej inwestycji?